

# Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

---

<http://ued.uniandes.edu.co>

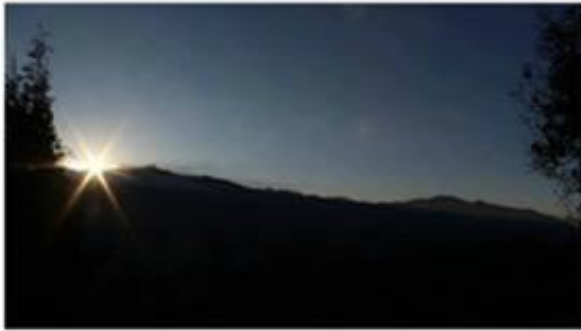
@uedUniandes

# La medición de la Tierra Experimento de Eratóstenes

Álvaro José Cano Mejía  
Docente y divulgador  
Astrofanaticos

9 abril 2024

# Mirando al Horizonte



Solsticio de Junio



Equinoccio

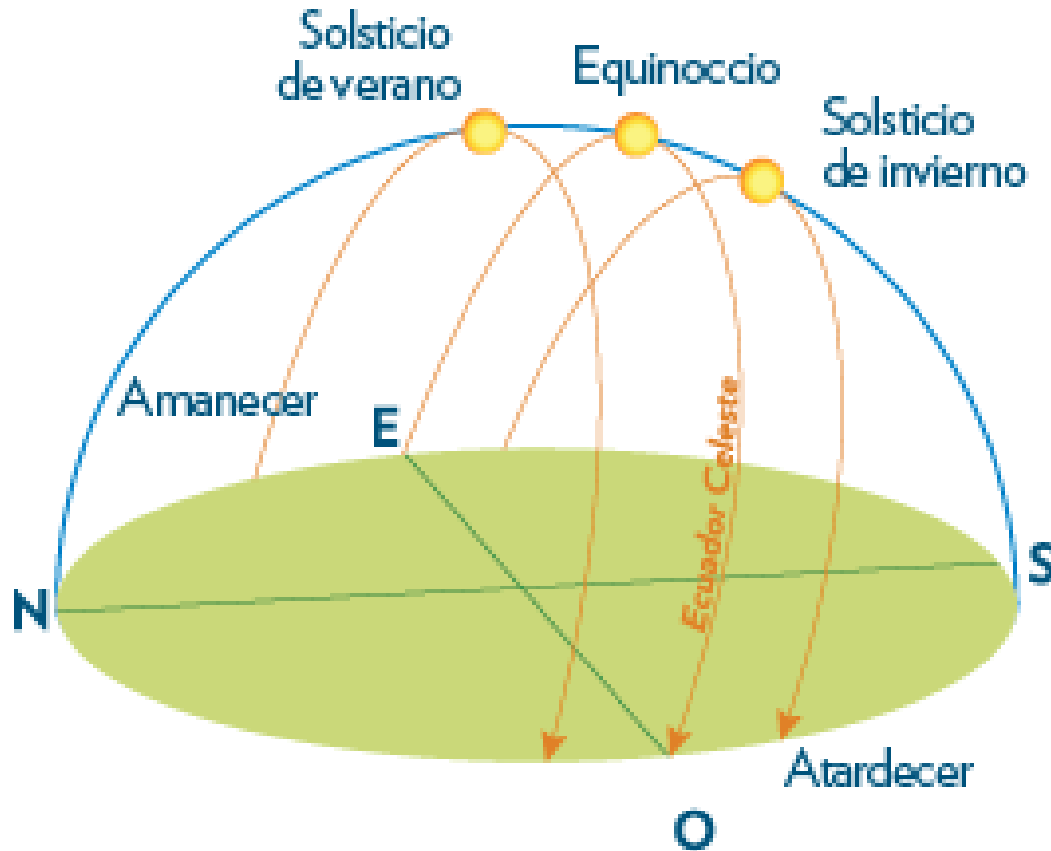


Solsticio de Diciembre

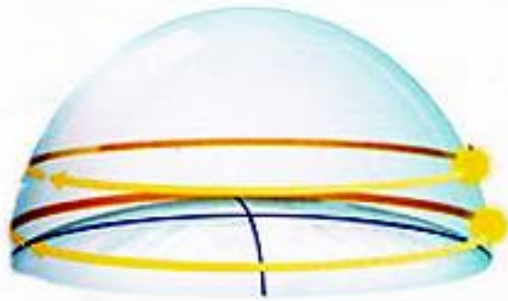
Municipio de Guarne, Antioquia, Colombia

Lat:  $6^{\circ} 16' 26''$  N Long:  $75^{\circ} 26' 58''$  W

# Mirando al cielo



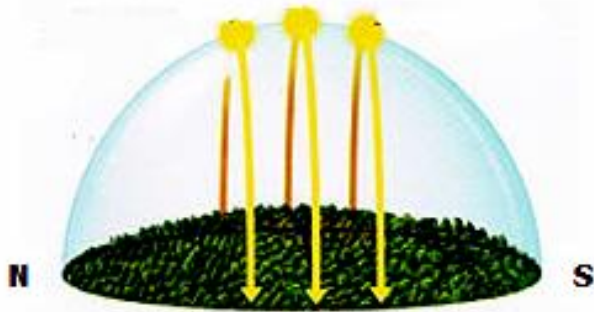
# Mirando al cielo



**Polos**



**Latitudes Medias al norte**



**Ecuador**



**Latitudes medias al Sur**

# Nuestras culturas

**Solsticio de verano**

*Cerro de Iguaque*



**Solsticio de invierno**



**Equinoccios**



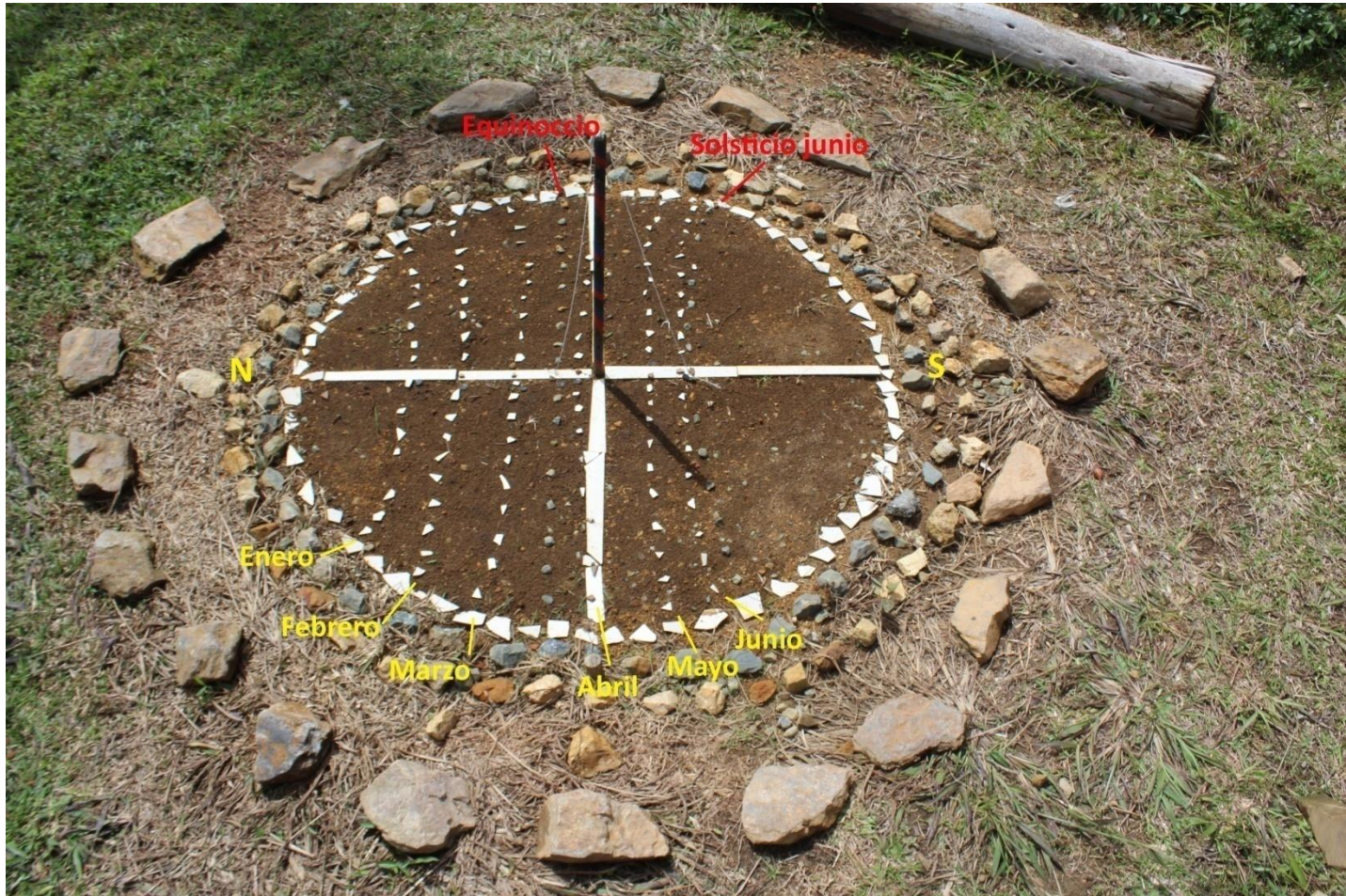
# Nuestras culturas

Sol-Junio

*Franja Heliaca*

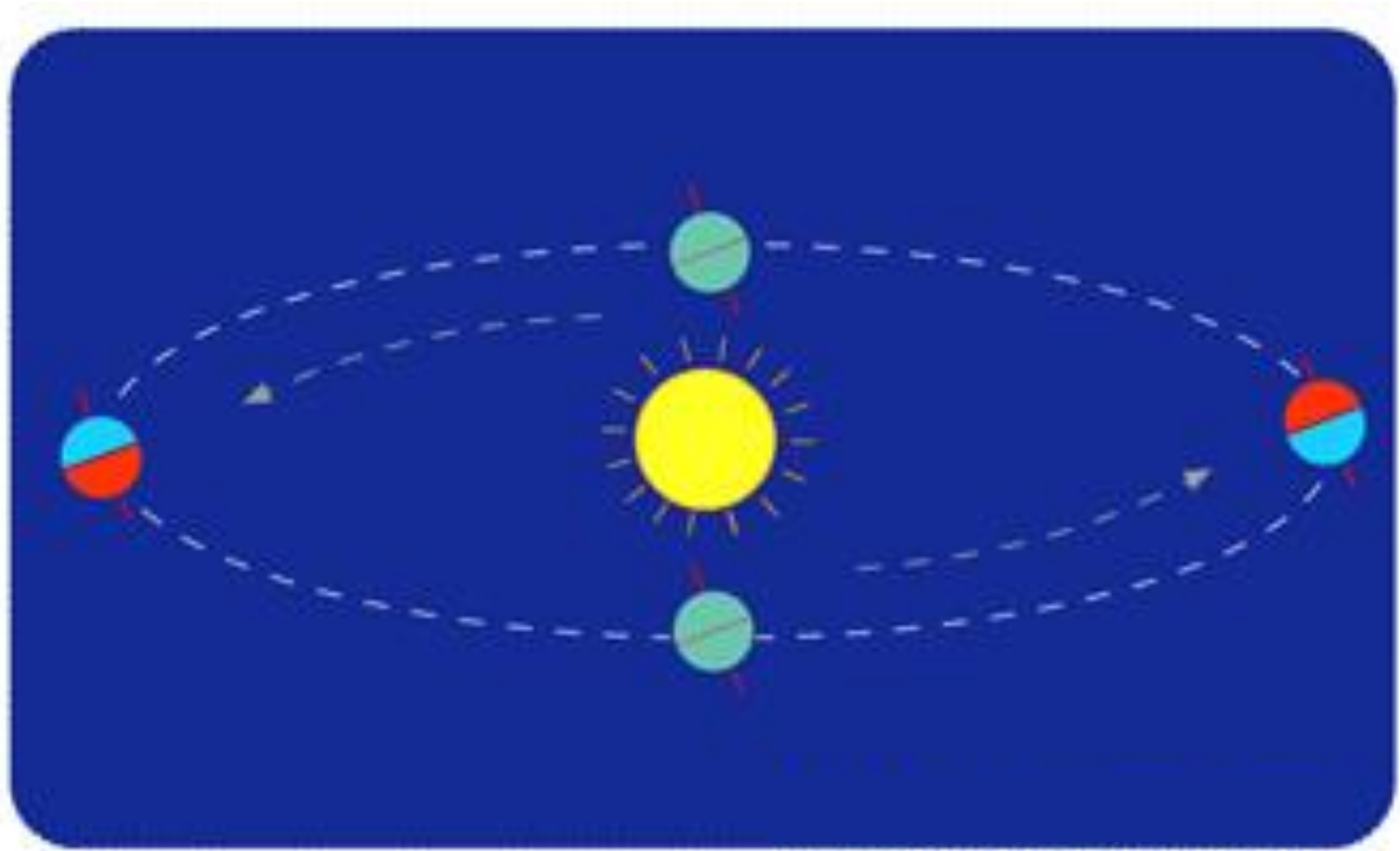
Sol-Diciembre

# Mirando al suelo

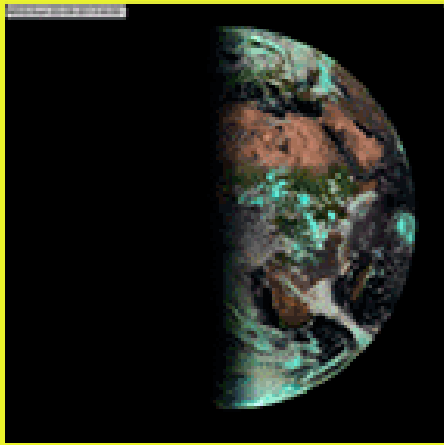




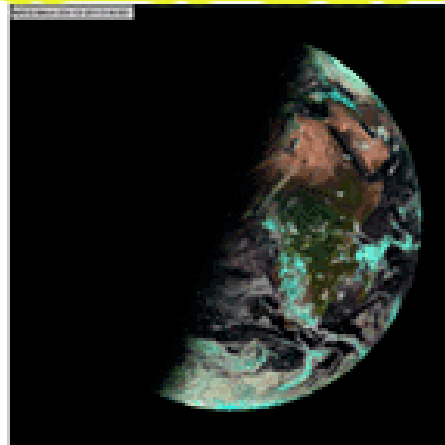
# El Solsticio desde afuera



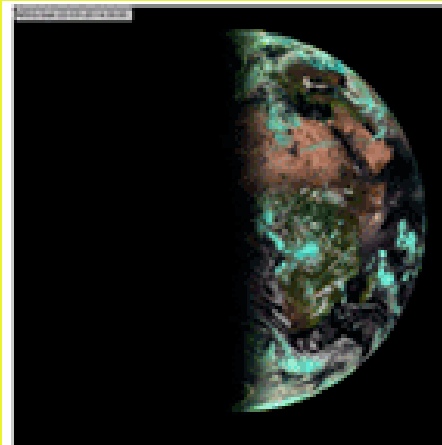
# El Solsticio desde afuera



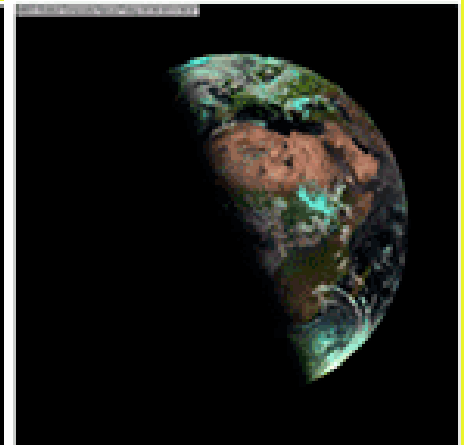
Equinoccio  
Septiembre 2013



Solsticio  
Diciembre 2013



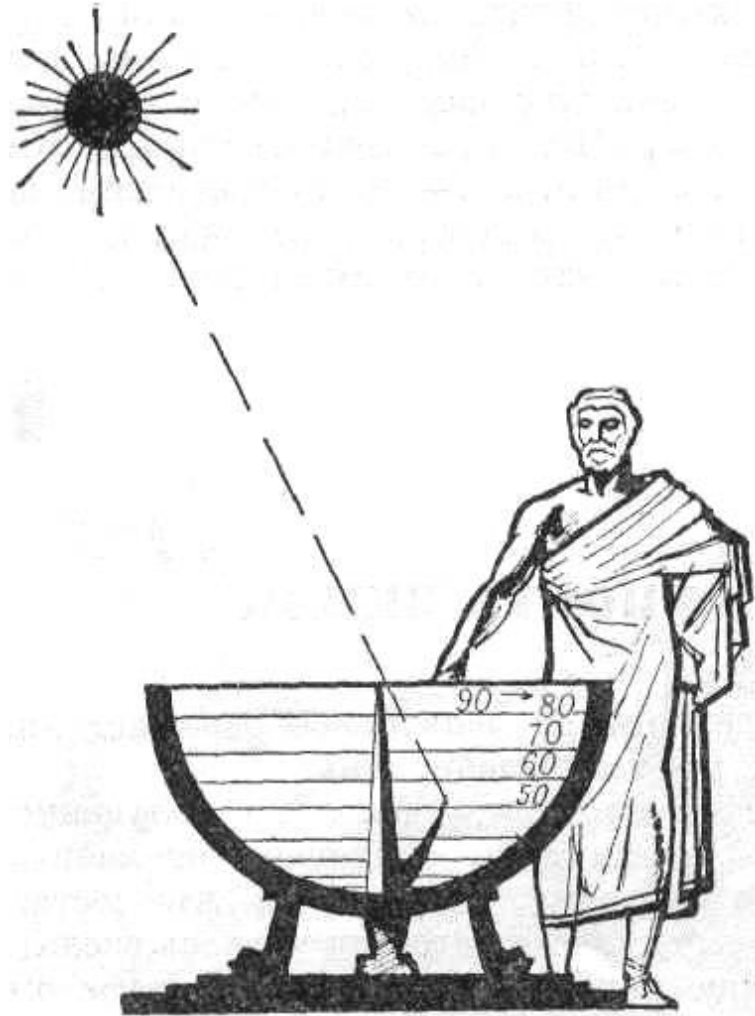
Equinoccio  
Marzo 2014



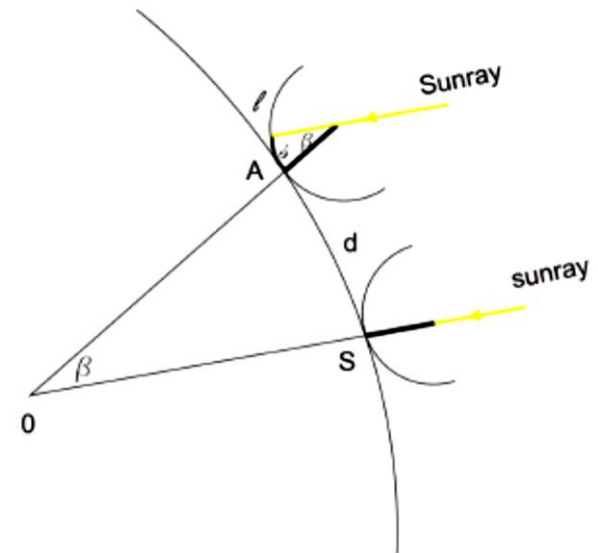
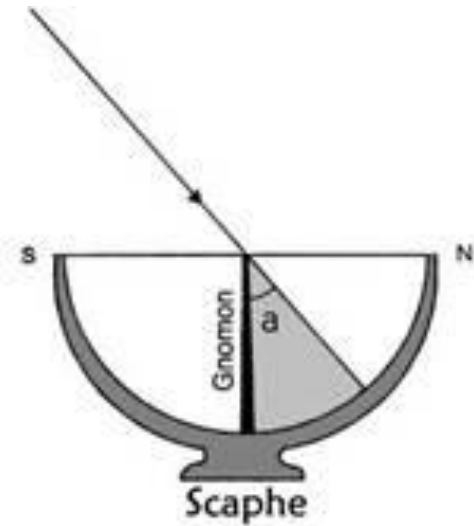
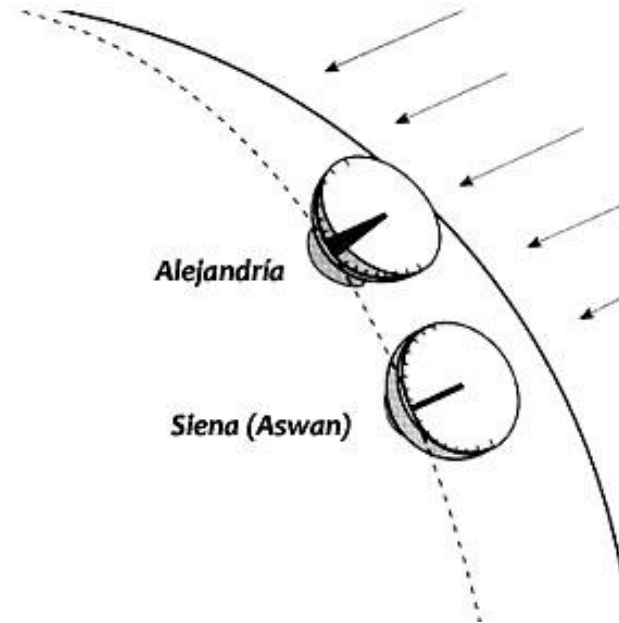
Solsticio  
Junio 2014

Imágenes: Meteosat-10 satélite geostacionario

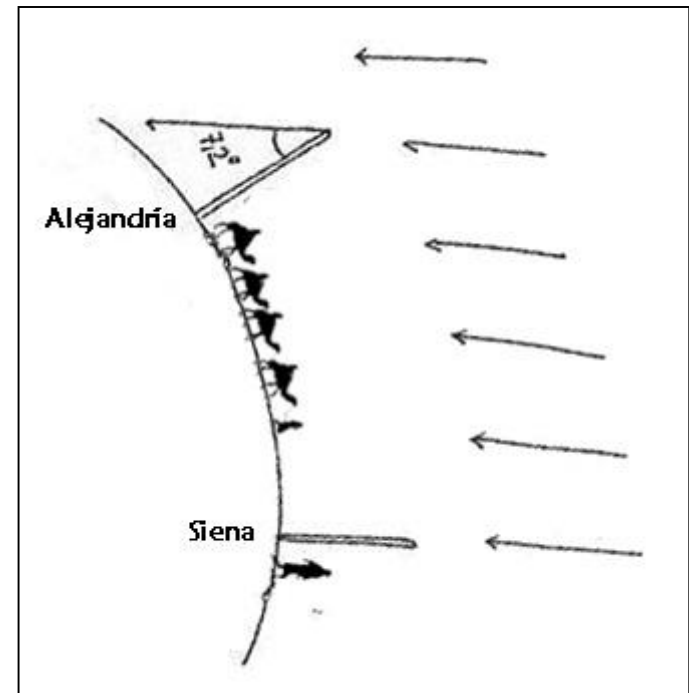
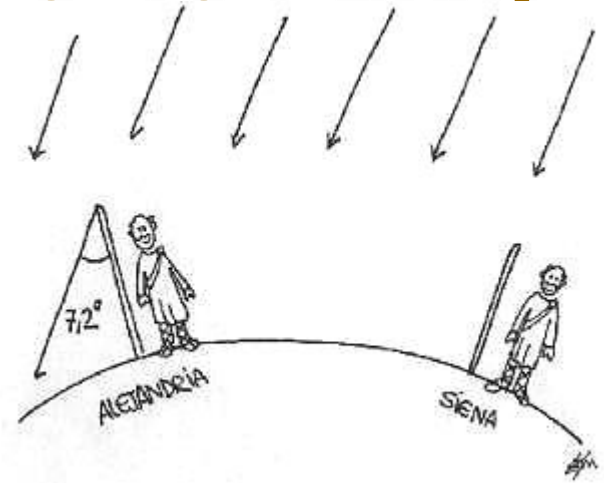
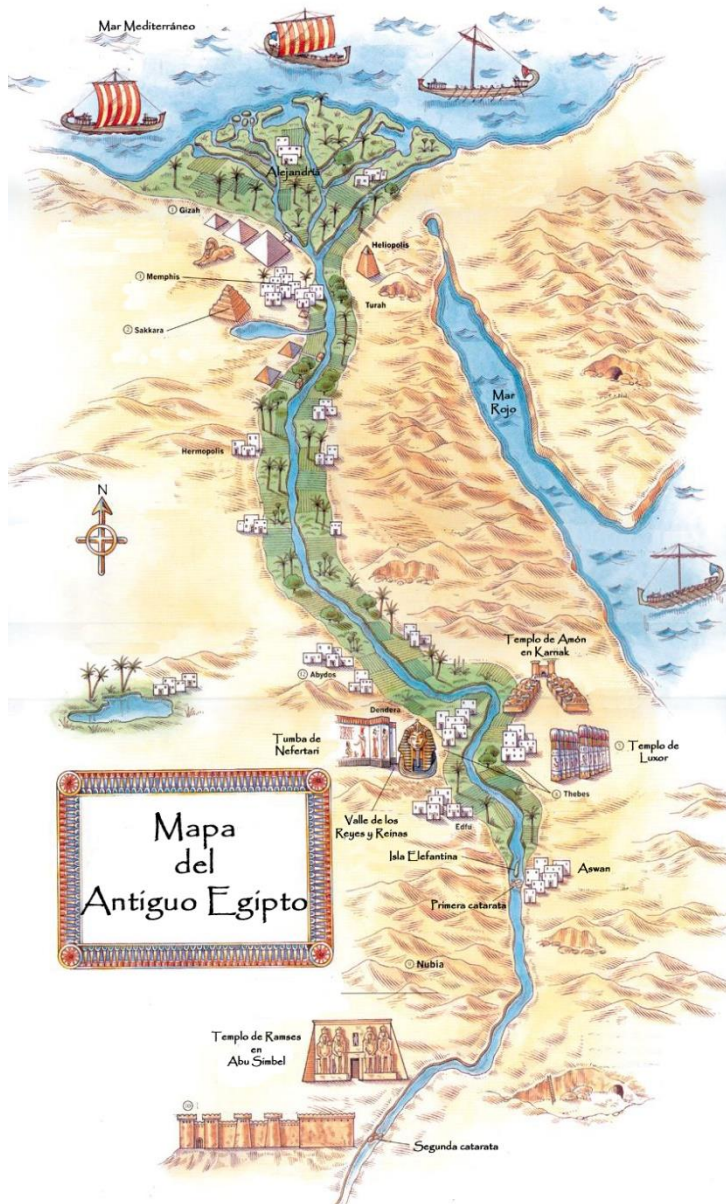
# Eratóstenes de Cirene (273-194 a.c.)



# Eratóstenes (273-194 a.c.)



# Eratóstenes (273-194 a.c.)



# Eratóstenes (273-194 a.c.)

**$\frac{360 \text{ grados}}{7.2 \text{ grados}} = 50 \text{ secciones}$**

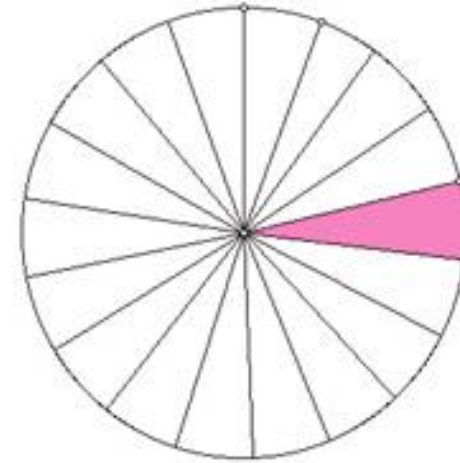
**Distancia entre Alejandría y Siena 5000 estadios**

**Circunferencia 250.000 estadios**

**Un estadio 157.2 metros**

**Eratóstenes:  $252.000 \times 157.2 = 39.614 \text{ km.}$**

**Circunferencia en los polos actual: 40.008 km.**



$$\frac{360^\circ \text{ (círculo completo)}}{\text{ángulo ( a )}} = \frac{\text{circunferencia Tierra}}{\text{distancia Alejandría-Siena}}$$

# Eratóstenes (273-194 a.c.)

## DIMENSIONES DE LA TIERRA

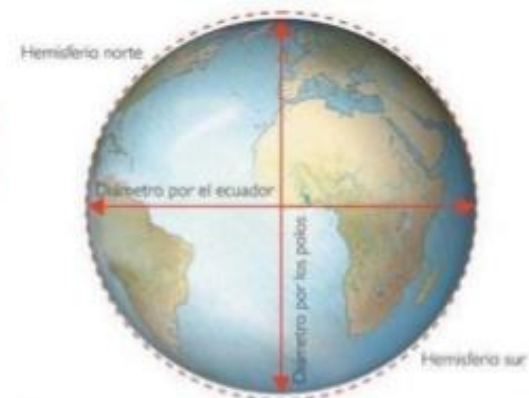
### Diámetro:

- Ecuatorial 12 756 Km.
- Polar 12 713 Km.
- Diferencia 43 Km.

### Circunferencia:

- Ecuatorial 40 076 Km.
- Polar 40 009 Km.
- Diferencia 67 Km.

**Achatamiento polar** 0,0034 Km.



Diámetro por el ecuador	12.756 km
Diámetro por los polos	12.713 km
Volumen	1,083 billones de km <sup>3</sup>
Masa	5,854 trillones de toneladas

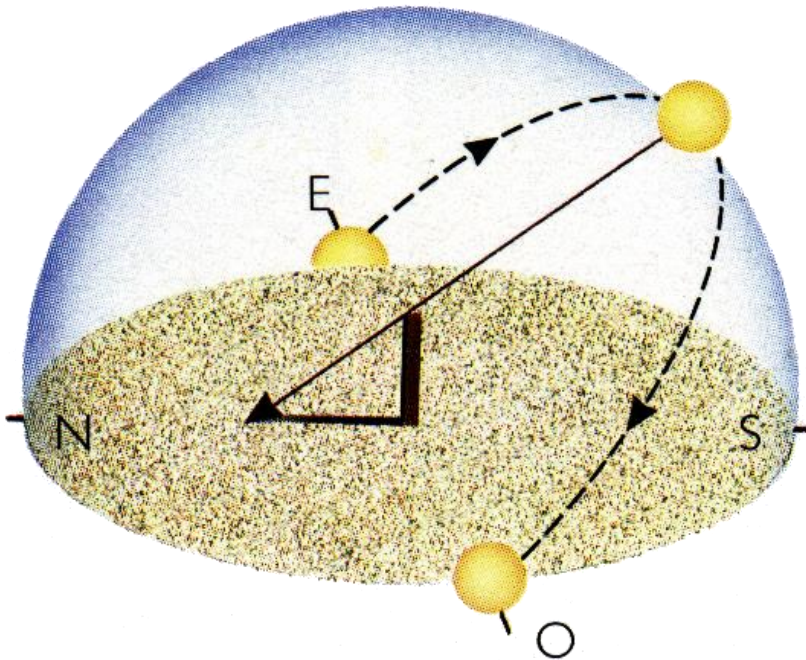


30/05/2014

Lic. Antoli Casamayor  
Mejoras tú. Mejora el mundo.

# Nuestra experiencia:

Para iniciar las mediciones debemos garantizar la verticalidad del **gnomon** y un sitio totalmente horizontal. Herramientas: plomada y nivel.





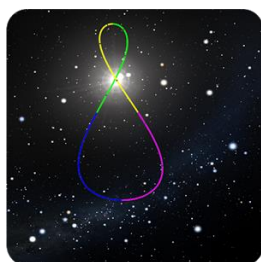
# Apps



LunaSolCal



Sun Locator

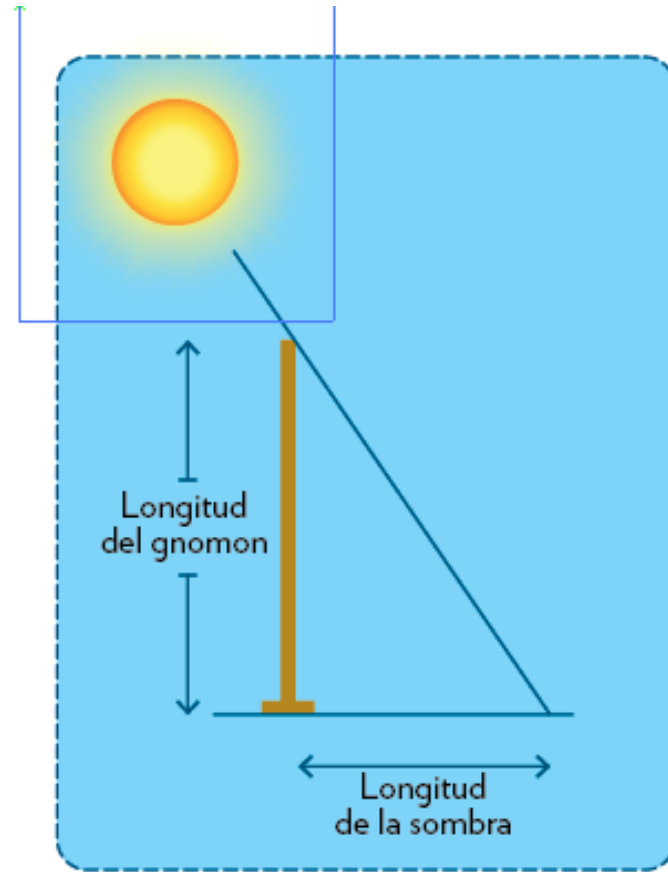


Solar info



Geo Position

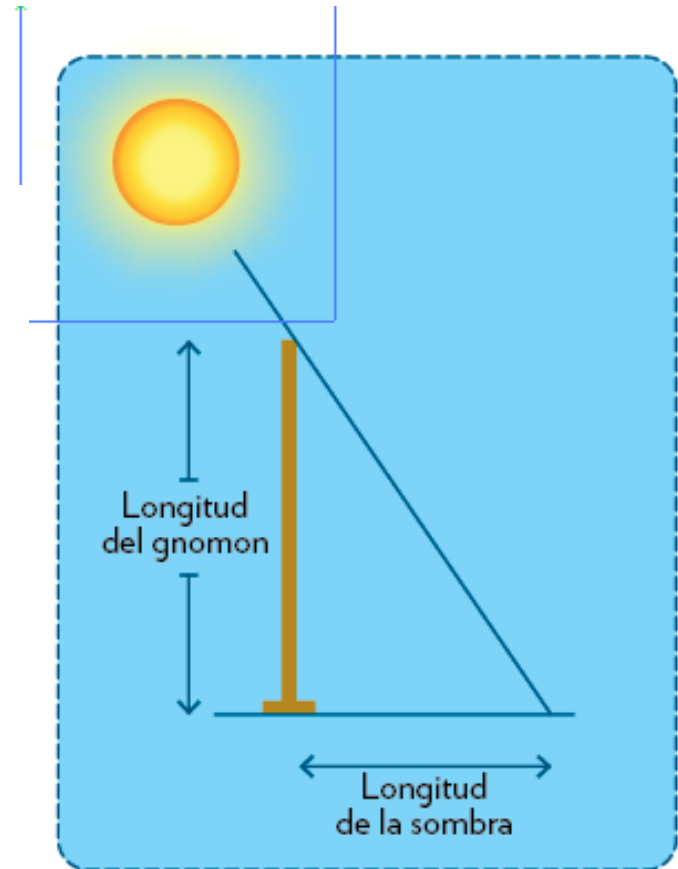
# Nuestra experiencia: midiendo al mediodía solar



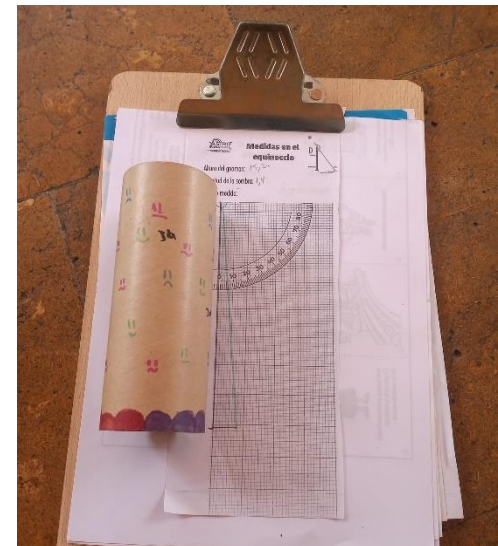
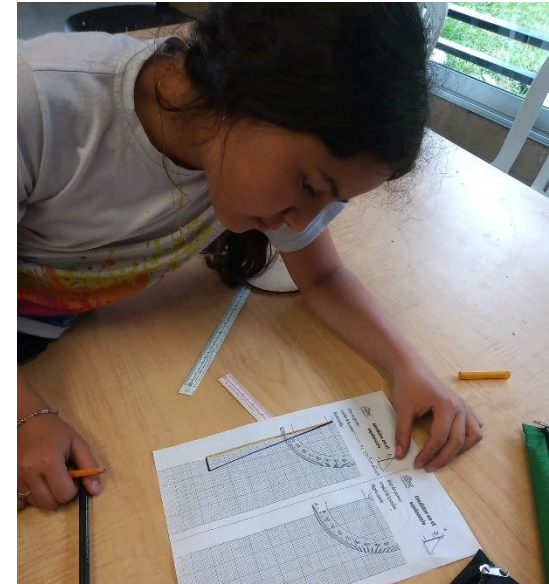
# Nuestra experiencia: calculando

$$\text{Tan}(\theta) = \frac{\text{Longitud de la Sombra}}{\text{Longitud del Gnomón}}$$

$$\theta = = \text{ArcoTangente} \left( \frac{\text{Longitud de la Sombra}}{\text{Longitud del Gnomón}} \right)$$

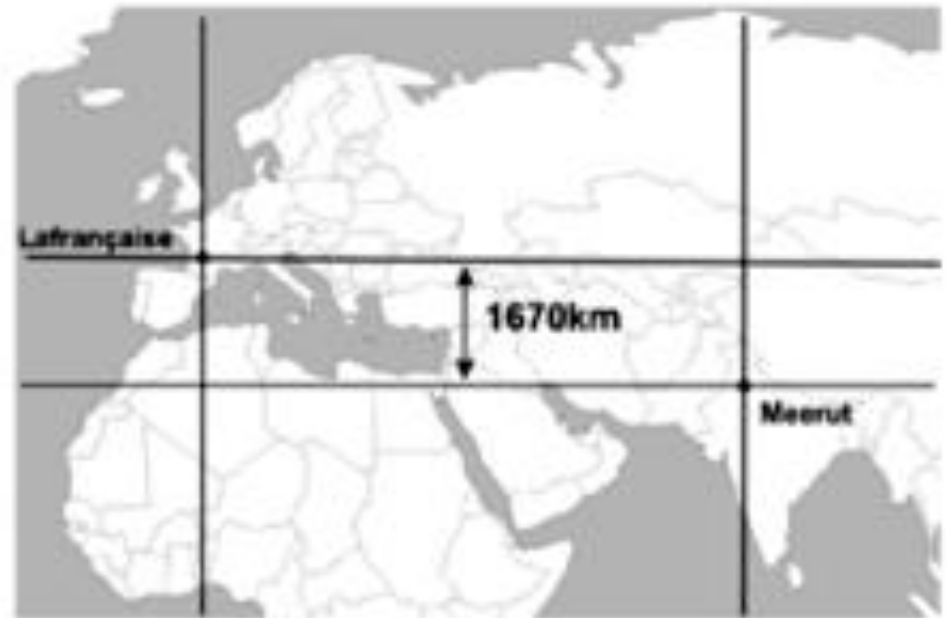


# Nuestra experiencia: midiendo



# Nuestra experiencia: calculando

**La distancia:** Esta va a corresponder a la distancia de nuestra ubicación a la línea ecuatorial.



## Eratóstenes 2022

INICIO

ÁNGULO DEL SOL

CONVERTIR

EFEMÉRIDE

CIUDAD

DISTANCIA

ERATÓSTENES

### ÁNGULO DEL SOL

Altura del gnomon (cm) :

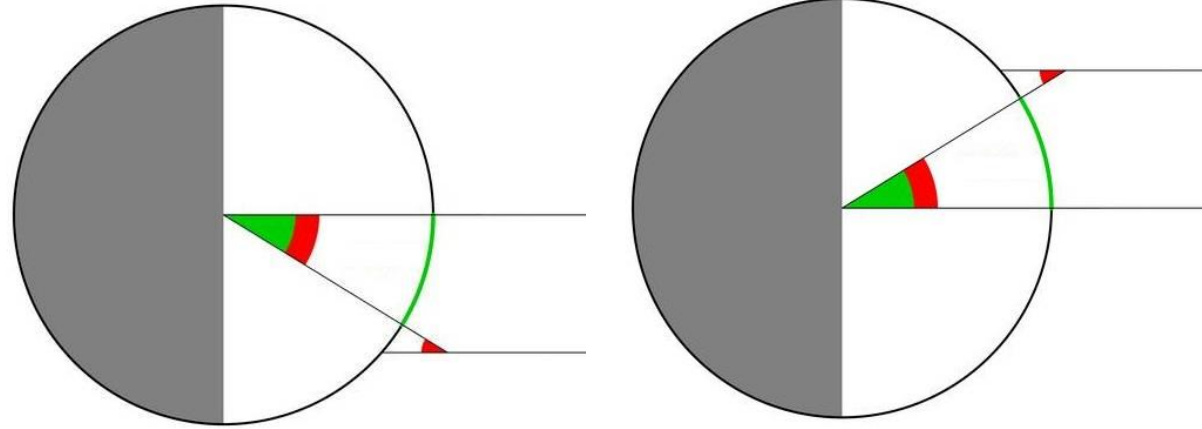
Longitud de sombra (cm) :

calcular

Ángulo del sol :

<https://perbosceratos.wixsite.com/astrofanaticos/sun-angle>

# Nuestra experiencia



$$\frac{360^\circ \text{ (círculo completo)}}{c} = \frac{\text{Circunferencia Tierra}}{\text{Distancia } d}$$

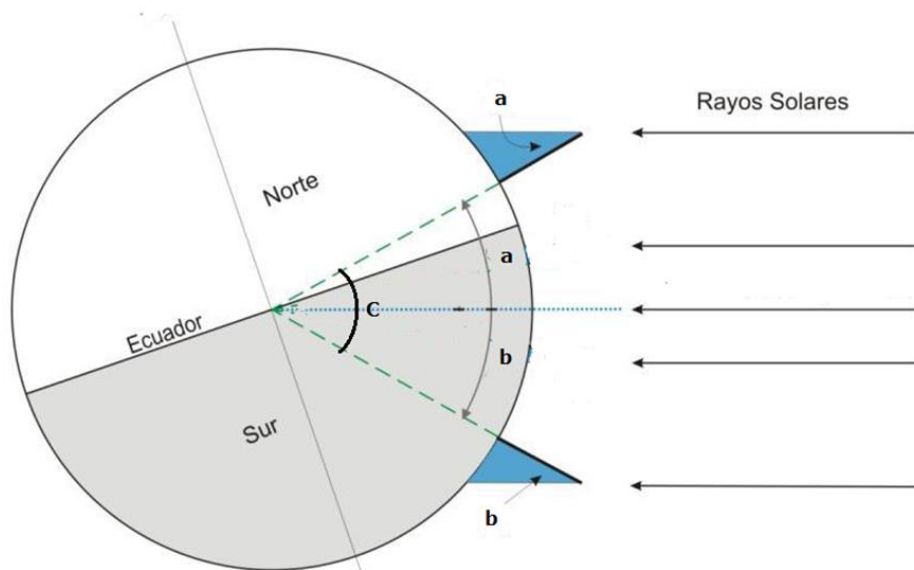
**c:** ángulo medido                      **d:** distancia al Ecuador

# Amigos alrededor del mundo



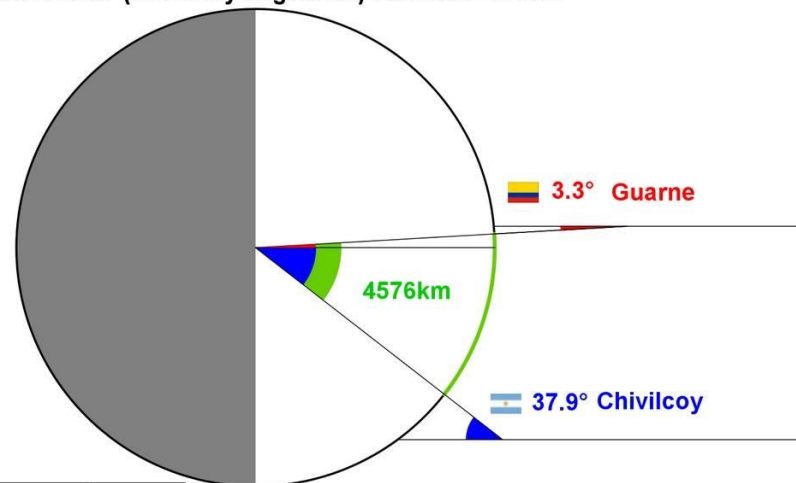


# Nuestra experiencia: dirección de las sombras



27/03/2020 (Guarne-Colombia) Latitude: 6.274°

27/03/2020 (Chivilcoy-Argentina) Latitude: -34.911°

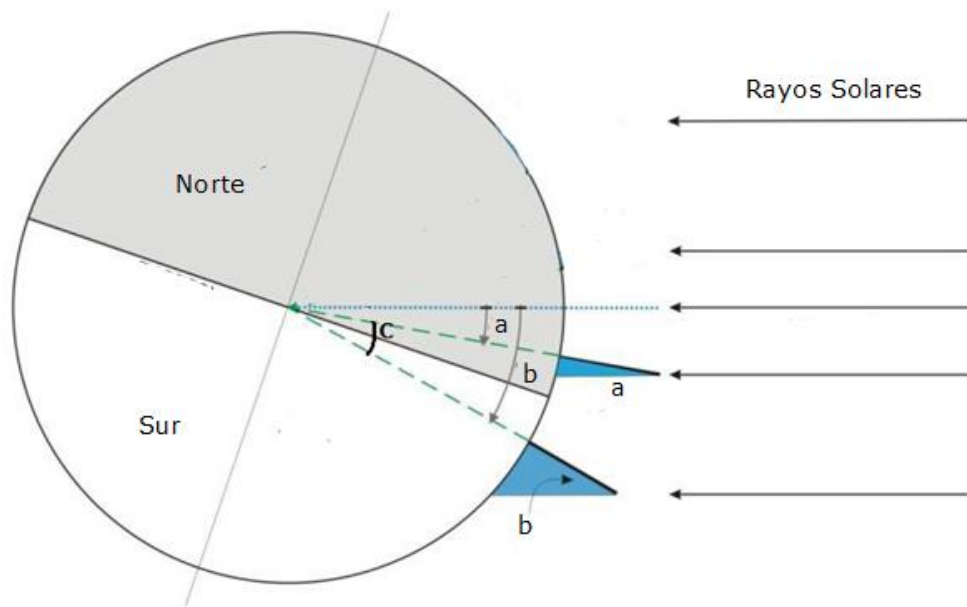


“Direcciones opuestas ángulos se suman”

Distance	Angle
circumference	360°
4576km	3.3° + 37.9°

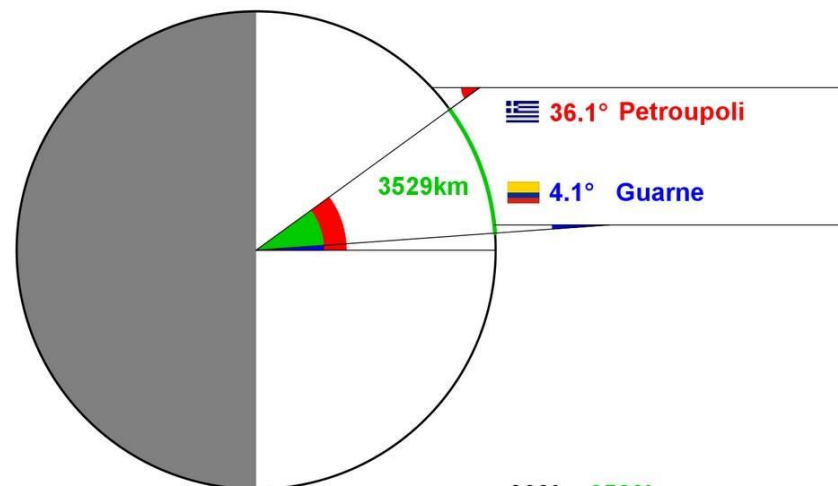
$$\text{circumference} = \frac{360^\circ \times 4576\text{km}}{3.3^\circ + 37.9^\circ} = 39984 \text{ km}$$

# Nuestra experiencia: dirección de las sombras



25/03/2020 (Petroupoli-Greece) Latitude: 38.036°

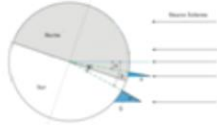
25/03/2020 (Guarne-Colombia) Latitude: 6.274°



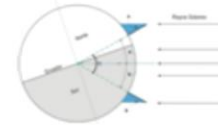
Distance	Angle
circumference	360°
3529km	36.1° - 4.1°

$$\text{circumference} = \frac{360^\circ \times 3529\text{km}}{36.1^\circ - 4.1^\circ} = 39701 \text{ km}$$

“Direcciones iguales ángulos se restan”



## Midiendo el planeta



Nombres: \_\_\_\_\_ Lugar: \_\_\_\_\_

Latitud: \_\_\_\_\_ Longitud: \_\_\_\_\_ Longitud gnomon (LG): \_\_\_\_\_ Distancia al Ecuador: \_\_\_\_\_

Fecha	Hora Mediodía solar	Longitud y dirección de la sombra (LS) (N/S)	Ángulo solar local	Otra ciudad y su ángulo solar	Ángulo solar entre lugares	Distancia al Ecuador otra ciudad	Distancia entre lugares	Circunferencia obtenida (CO)	% Error $\frac{CT-CO}{CT} \times 100$

$\frac{360^\circ \text{ (c\u00edrculo completo)}}{\text{--- \u00e1ngulo (C) ---}}$  =  $\frac{\text{--- circunferencia Tierra (CO) ---}}{\text{--- distancia entre lugares ---}}$



Valor Circunferencia(polar) Terrestre (CT): 40.008 Km



## Medidas en el equinoccio



Ubicación: Fecha:

Hora del mediodía solar:

Altura del gnomon (LG):

Longitud de la sombra (LS):



Ángulo calculado:

Dist. línea ecuador:



$$\text{Circunferencia Terrestre} = \frac{\text{Dist. línea ecuador} \times 360}{\text{Ángulo calculado}} =$$



### ¡Midamos nuestra latitud este equinoccio!



La **latitud** es la coordenada geográfica que nos dice que tan lejos estamos de la línea ecuatorial, esa que divide al planeta en dos hemisferios. Así, latitud norte (0 a +90 grados) o latitud sur (0 a -90 grados).

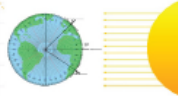
Este ángulo es medido desde el centro del planeta.



### ¡MIDAMOS EL ÁNGULO SOLAR!

La **medición**: Para obtener este valor nos ayudaremos de un palo vertical llamado **gnomon**. El ángulo solar calculado este día del **equinoccio** corresponderá a nuestra latitud, o un valor cercano a esta.

Mientras que para alguien ubicado sobre la línea ecuatorial tendrá al Sol en el **cenit** ese día, al **mediodía solar**. Para otras ubicaciones mostrará un ángulo.



El **mediodía solar** corresponde al momento en que el Sol en su recorrido diario sobre la bóveda celeste alcanza su **mayor altura**.

Para conocer la hora del **mediodía solar** en nuestra ubicación nos ayudaremos de algunas apps o páginas de astronomía.



$$\text{Ángulo} = \arctan \left( \frac{\text{sombra del gnomon}}{\text{altura del gnomon}} \right)$$



## Medidas en el equinoccio

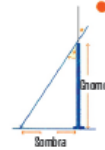


Ubicación: Fecha:

Hora del mediodía solar:

Altura del gnomon (LG):

Longitud de la sombra (LS):



Ángulo calculado:

Dist. línea ecuador:



$$\text{Circunferencia Terrestre} = \frac{\text{Dist. línea ecuador} \times 360}{\text{Ángulo calculado}} =$$



### ¡Midamos nuestra latitud este equinoccio!



La **latitud** es la coordenada geográfica que nos dice que tan lejos estamos de la línea ecuatorial, esa que divide al planeta en dos hemisferios. Así, latitud norte (0 a +90 grados) o latitud sur (0 a -90 grados).

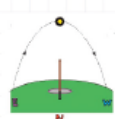
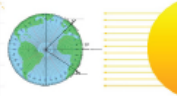
Este ángulo es medido desde el centro del planeta.



### ¡MIDAMOS EL ÁNGULO SOLAR!

La **medición**: Para obtener este valor nos ayudaremos de un palo vertical llamado **gnomon**. El ángulo solar calculado este día del **equinoccio** corresponderá a nuestra latitud, o un valor cercano a esta.

Mientras que para alguien ubicado sobre la línea ecuatorial tendrá al Sol en el **cenit** ese día, al **mediodía solar**. Para otras ubicaciones mostrará un ángulo.



El **mediodía solar** corresponde al momento en que el Sol en su recorrido diario sobre la bóveda celeste alcanza su **mayor altura**.

Para conocer la hora del **mediodía solar** en nuestra ubicación nos ayudaremos de algunas apps o páginas de astronomía.



$$\text{Ángulo} = \arctan \left( \frac{\text{sombra del gnomon}}{\text{altura del gnomon}} \right)$$



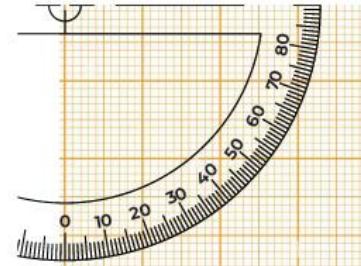
## Medidas en el equinoccio



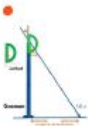
Altura del gnomon:

Longitud de la sombra:

Ángulo medido:



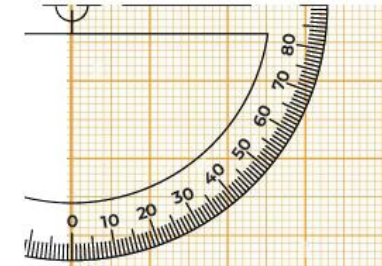
## Medidas en el equinoccio



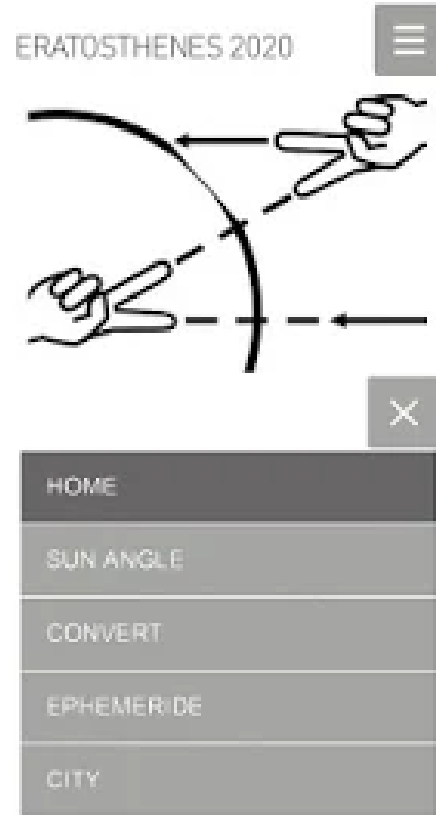
Altura del gnomon:

Longitud de la sombra:

Ángulo medido:



App



IN ANGLE    CONVERT    EPHEMERIDE

SUN ANGLE

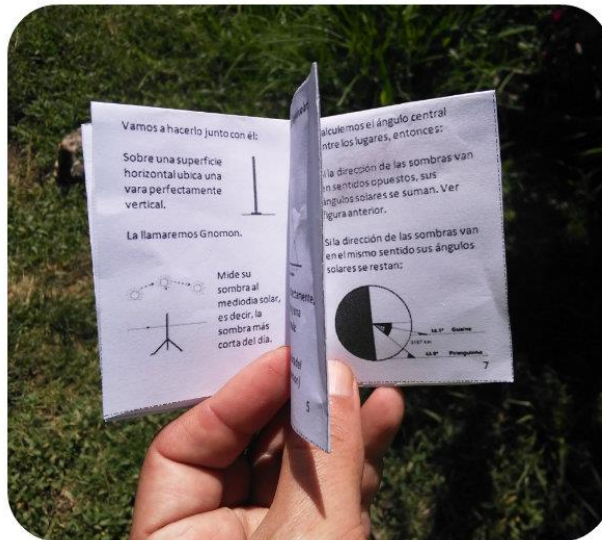
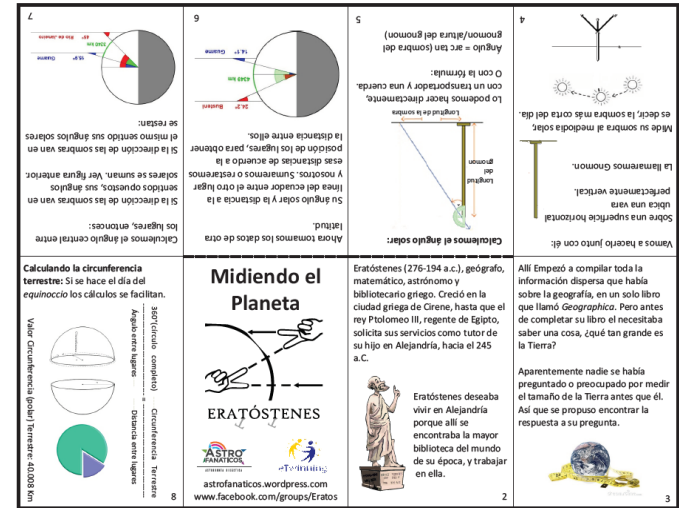
Height of the gnomon (cm) :

Length of the shadow (cm) :

calcular - calculate - calcular

Angle of the sun :

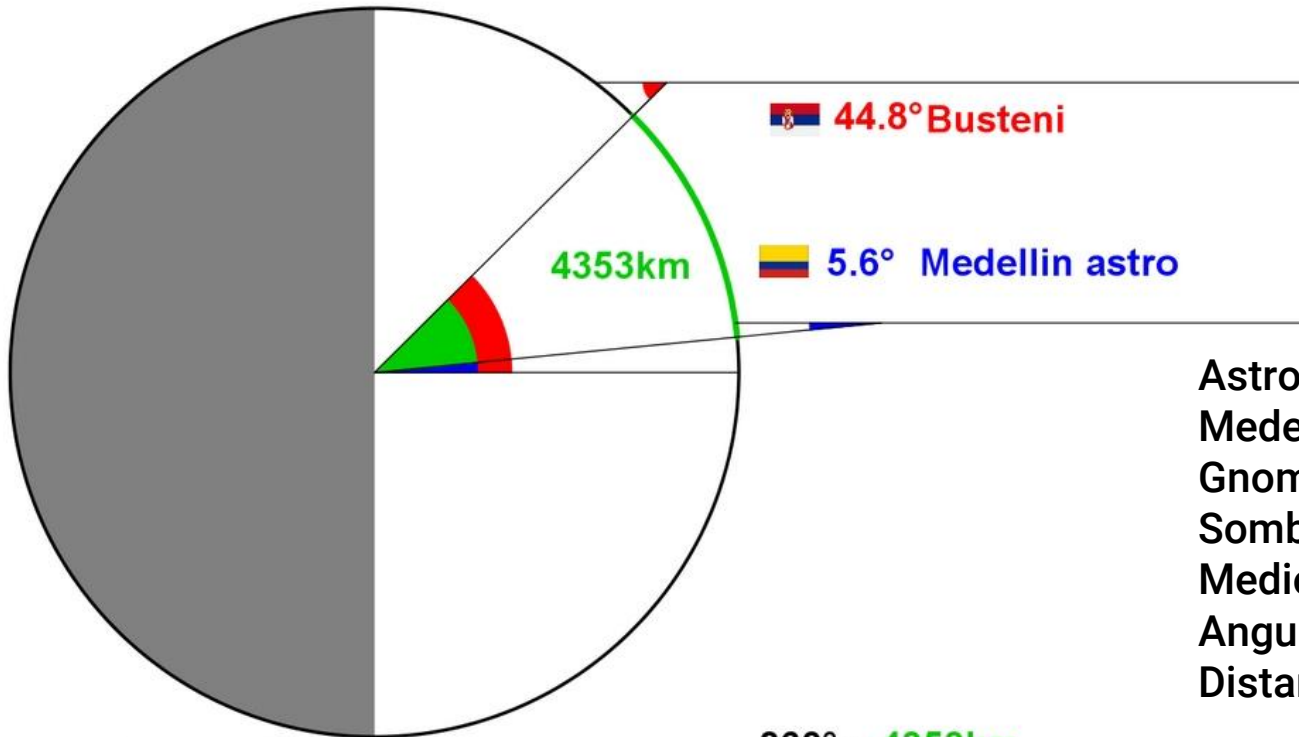
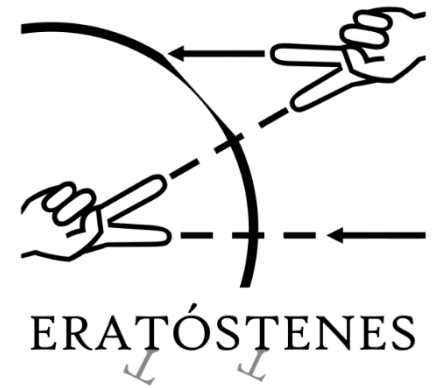
# Fanzines



# Eratóstenes en el equinoccio

21/03/2024 (Busteni-Romania) Latitude: 45.416°

21/03/2024 (Medellin astro-Colombia) Latitude: 6.231°

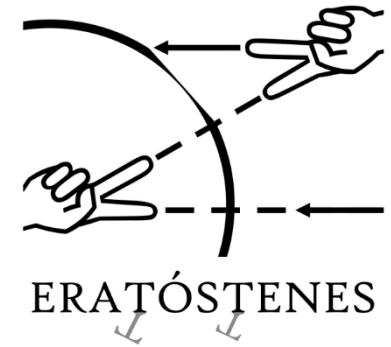


Astrofanaticos 21/03/2024  
 Medellín .Antioquia Colombia.  
 Gnomon: 15.2 cm  
 Sombra: 1.5 cm  
 Mediodía solar: 12:08  
 Angulo calculado: 5.6°  
 Distancia al ecuador: 693 km.

Distance	Angle
circumference	360°
4353km	44.8° - 5.6°

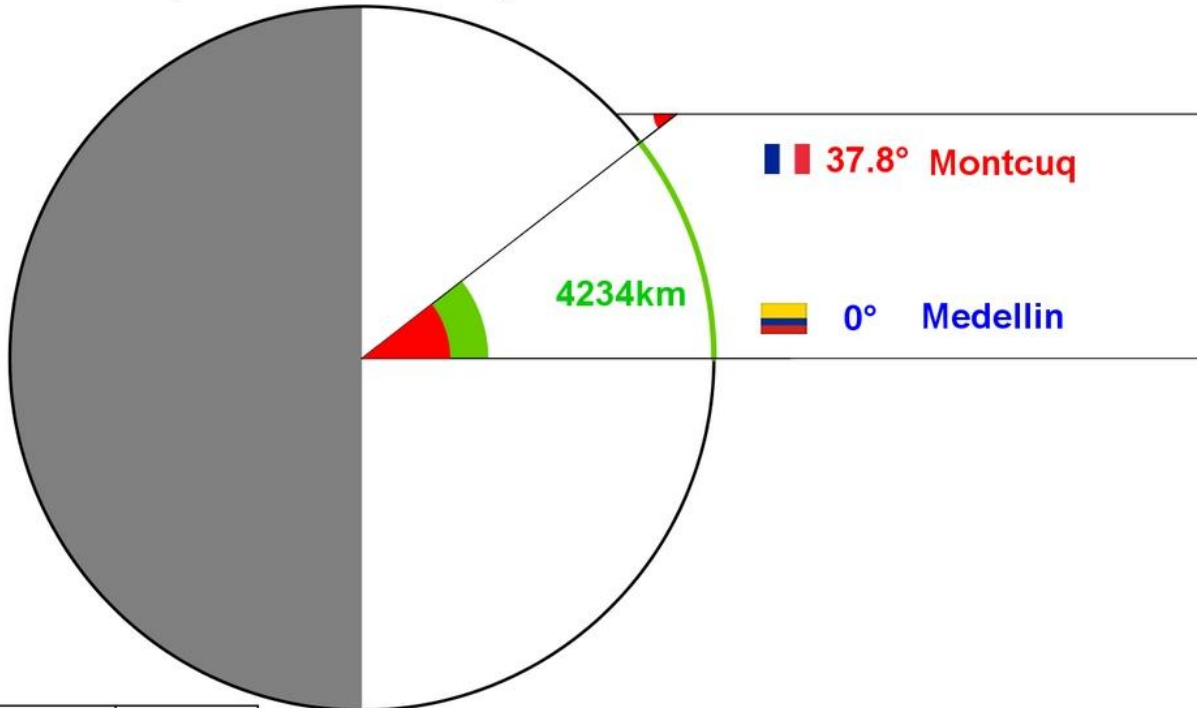
$$\text{circumference} = \frac{360^\circ \times 4353\text{km}}{44.8^\circ - 5.6^\circ} = 39977 \text{ km}$$

# Mediodía cenital



05/04/2024 (Montcuq-France) Latitude: 44.34°

05/04/2024 (Medellin-Colombia) Latitude: 6.231°



Distance	Angle
circumference	360°
4234km	37.8°+ 0°

$$\text{circumference} = \frac{360^\circ \times 4234\text{km}}{37.8^\circ + 0^\circ} = 40324 \text{ km}$$

Montcuq France 05/04/2024  
 Fondation La main à la pâte  
 44.340N 1.210E  
 Gnomon=25cm  
 Shadow=19.4cm  
 Angle=37.8°





---

ASTRONOMÍA DIDÁCTICA

**Instagram: astrofanaticos\_alvaro**

**<https://astrofanaticos.wordpress.com/>**

**<https://www.facebook.com/astrofanaticos-astronomia-didactica>**

**astrofanaticos@gmail.com**

# Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

---

<http://ued.uniandes.edu.co>

@uedUniandes